



אלגוריתמים א' תשס"ה - בחינת סיכום מועד א'

6/02/05

- בבחינה 4 שאלות.
- משך הבחינה 3 שעות.
- יש לפתור את כל השאלות.
- בחינה בחומר סגור : מותר להכניס לבחינה 3 עמודים כתובים בגודל A4 בלבד.
- בטרם תיגשו לפתרון ודאו כי הטופס מכיל 7 עמודים וארבע שאלות.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס הבחינה, במידת הצורך אפשר להוסיף דפים נוספים.
- מספר מחברת הבחינה שלך הוא: _____ .

בהצלחה!!!

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	סך הכל

שאלה מס' 1 (25 נקודות):

להלן נתון הקוד של פונקציה $func$ המקבלת כקלט מספר טבעי n . הפונקציה $func$ משתמשת בשגרה $linear$ המקבלת כקלט מספר טבעי k ואשר רצה בסיבוכיות ליניארית ב k .

```
func(n)
for i ← 1 to n
  linear(i · n2)
end_for
end
```

נסמן את סיבוכיות $func$ ב $T(n)$.
1.1 מצאו פונקציה $f(n)$ המקיימת $T(n) = \Theta(f(n))$. נמקו את תשובתכם.

1.2 בכל אחד מן הסעיפים הבאים סמנו האם הוא נכון או לא. נמקו בקצרה תשובותיכם:

א. $T(n) = O(n^{2 \log_2 n})$ / נכון / לא נכון
נימוק:

ב. $T(n) = \Omega(n^3)$ / נכון / לא נכון
נימוק:

ג. $T(n) = \Theta(n^2)$ / נכון / לא נכון
נימוק:

ד. $T(n) = \Theta(n^{4 \log_2 3})$ / נכון / לא נכון
נימוק:

ה. $T(n) = O(n^5)$ / נכון / לא נכון
נימוק:

שאלה מס' 2 (25 נקודות)

$$A = \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, \dots, n, 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1$$

נתון קלט וקטור A בעל מספר איברים זוגי:

$$\text{כאשר } A[n] = \frac{n}{2} - 1 \text{ ו } A[1] = \frac{n}{2}$$

בשאלה זו, עליכם להציג את מספר ההשוואות המדויק (כפונקציה של n) עבור שני אלגוריתמי מיון:

2.1 מהו מספר ההשוואות המדויק המתבצע על ידי אלגוריתם **מיון בועות משופר**? לנוחיותכם מצורף קוד האלגוריתם, נמקו תשובתכם.

```
ImpBubble(A)
LIM ← n
while LIM > 1 do
    newLIM ← 1
    for j = 1 to LIM - 1 do
        if A[j] > A[j + 1] then
            Swap(A[j], A[j + 1])
            newLIM ← j
        end if
    end for
    LIM ← newLIM
end while
end
```

2.2 מהו מספר ההשוואות המדויק המתבצע על ידי אלגוריתם **מיון הכנסה**? נמקו תשובתכם.

שאלה מס' 3 (25 נקודות)

בשאלה זו עליכם לפתח אלגוריתם מסוג **הפרד ופתור** ששמו *mintwo*, יעיל ככל האפשר, הפותר את הבעיה הבאה:

קלט: וקטור A ובו n מספרים שלמים שונים זה מזה.

פלט: שני מספרים min_1 ו min_2 המקימים: min_1 הוא האיבר המינימלי בוקטור A ו min_2 הוא האיבר הקטן ביותר בגדלו בוקטור A חוץ מ min_1 . במלים אחרות: השגרה *mintwo* מחזירה כפלט **שני פרמטרים**,

min_1 ו min_2 והם שני המספרים הקטנים ביותר בוקטור A .

שימו לב: למען הפשטות, הניחו כי מספר האיברים בוקטור A הוא חזקה שלמה של 2, כלומר קיים מספר שלם

$$k \text{ ומתקיים: } n = 2^k.$$

התשובה תנתן לפי הסעיפים הבאים:

3.1 נסחו את האלגוריתם באמצעות קוד דמה.

3.2 הוכיחו במדויק את נכונות האלגוריתם.

3.3 מהי סיבוכיות האלגוריתם, נמקו תשובתכם.

שאלה מס' 4 (25 נקודות):

בחברת **מרכול הזהב** רשימה של n מוצרים המשווקים במרכולי החברה. נתון כי לכל מוצר מחיר שונה. לאחרונה הוחלט לסמן את המוצרים היקרים, שמספרם נתון על ידי המשתנה num_high בתוויות אדומות, את המוצרים הזולים ביותר, שמספרם נתון על ידי המשתנה num_low בתוויות לבנות ואת שאר המוצרים בתוויות כחולות. בשאלה זו, עליכם להציע אלגוריתם, **יעיל ככל האפשר**, אשר מחלק את מחירי המוצרים לשלושה וקטורים, בהתאם לנתונים הבאים:

שימו לב: כל אלגוריתם נכון יזכה את העונים לפחות בחלק מן הנקודות.

קלט

1. מערך $prices$ ובו n מספרים ממשיים המייצגים את מחירי המוצרים. המערך $prices$ אינו ממוין.
2. מספר טבעי $num_high > 0$, המאחסן את מספר המוצרים שיועברו לקבוצת המוצרים היקרים.
3. מספר טבעי $num_medium > 0$, המאחסן את מספר המוצרים שיועברו לקבוצת מוצרי הביניים.
4. מספר טבעי $num_low > 0$, המאחסן את מספר המוצרים שיועברו לקבוצת המוצרים הזולים.

שימו לב: נתון כי $num_high + num_medium + num_low = n$

פלט

1. מערך $high_prices$ ובו יאוחסנו המחירים של num_high המוצרים היקרים ביותר.
2. מערך $medium_prices$ ובו יאוחסנו מחירי מוצרי הביניים.
3. מערך low_prices ובו יאוחסנו המחירים של num_low המוצרים הזולים ביותר.

דוגמא:

קלט:

$prices = 20.2, 35.4, 17.9, 3.2, 6.9, 105.3, 4.7, 22.6, 4.8, 1400.8, 36.0$
 $n = 11, num_high = 4, num_medium = 3, num_low = 4$

פלט:

$high_prices = 105.3, 1400.8, 35.4, 36$
 $medium_prices = 22.6, 17.9, 20.2$
 $low_prices = 6.9, 3.2, 4.8, 4.7$

שימו לב: סדר המחירים במערכים $high_prices$, $medium_prices$ ו low_prices אינו חשוב. התשובה לשאלה תנתן לפי הסעיפים הבאים:

4.1 תארו את האלגוריתם המוצע באופן מילולי.

4.2 תארו את האלגוריתם המוצע בעזרת קוד דמה.

4.3 מהי סיבוכיות האלגוריתם? נמקו תשובתכם.

4.4 הציגו חסמים, הדוקים ככל האפשר, לסיבוכיות הבעיה, נמקו תשובתכם.